

Kode MK/ Nama MK

Matematika Diskrit



1 8/29/2014

Cakupan

- **Himpunan**
- Relasi dan fungsi
- Kombinatorial
- Teori graf
- Pohon (*Tree*) dan pewarnaan graf

2 8/29/2014

Himpunan

Tujuan

- ▶ Mahasiswa memahami konsep dasar tentang himpunan.
- ▶ Mahasiswa memahami berbagai macam operasi dan sifat himpunan.
- ▶ Mahasiswa dapat menyelesaikan berbagai persoalan dan fenomena yang terkait dengan teori himpunan.

Definisi

- ▶ Himpunan (set) merupakan sekumpulan objek-objek yang berbeda yang dapat didefinisikan dengan jelas. Objek di dalam himpunan dinamakan unsur atau anggota himpunan. Keanggotaan suatu himpunan dinyatakan oleh notasi ' \in '.
- ▶ Contoh 1 :
 $A = \{x, y, z\}$
 $x \in A$: x merupakan anggota himpunan A .
 $w \notin A$: w bukan merupakan anggota himpunan A .

Cara menyatakan himpunan

- Mencacahkan anggotanya (*Enumerasi*)
- Menggunakan symbol standar (baku)
- Menuliskan kriteria (syarat) keanggotaan himpunan
- Menggunakan *Diagram Venn*

Enumerasi

- Himpunan empat bilangan ganjil pertama:
 $A = \{1, 3, 5, 7\}$.
- Himpunan lima bilangan prima pertama:
 $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$.
- Himpunan bilangan asli yang kurang dari 50 :
 $C = \{1, 2, \dots, 50\}$
- Himpunan bilangan bulat ditulis sebagai
 $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

Menggunakan simbol standar (baku)

N = himpunan bilangan alami (natural) = $\{ 1, 2, \dots \}$

Z = himpunan bilangan bulat = $\{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$

Q = himpunan bilangan rasional

R = himpunan bilangan riil

C = himpunan bilangan kompleks

Syarat keanggotaan himpunan

(i) A adalah himpunan bilangan asli yang kecil dari 10

$$A = \{ x \mid x \leq 10 \text{ dan } x \in \mathbb{N} \}$$

$$\text{atau } A = \{ x \in \mathbb{N} \mid x \leq 10 \}$$

(ii) $M = \{ x \mid x \text{ adalah mahasiswa yang mengambil kuliah matematika diskrit} \}$

atau

$$M = \{ x \text{ adalah mahasiswa} \mid \text{ia mengambil kuliah matematika diskrit} \}$$

Diagram Venn (1)

Misalkan $U = \{1, 2, \dots, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 3, 5\}$ dan $B = \{2, 5, 6, 8\}$.

Maka Diagram Venn:

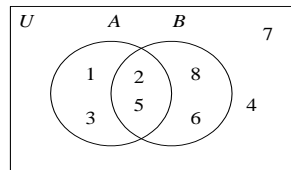


Diagram Venn (2)

Terkait dengan masalah keanggotaan, suatu himpunan dapat dinyatakan sebagai anggota himpunan lain

a. Misalkan, $M = \{ \text{mahasiswa Universitas Telkom} \}$

$M1 = \{ \text{mahasiswa prodi S1 Teknik Informatika} \}$

$M2 = \{ \text{mahasiswa prodi S1 Ilmu Komputasi} \}$

Dengan demikian, $M = \{ M1, M2 \}$

b. Bila $P1 = \{x, y\}$, $P2 = \{ \{x, y\} \}$ atau $P2 = \{P1\}$,

Sementara itu, $P3 = \{ \{ \{x, y\} \} \}$, maka $x \in P1$ dan $y \notin P2$, sehingga $P1 \in P2$, sedangkan $P1 \notin P3$, tetapi $P2 \in P3$

Jumlah unsur dalam suatu himpunan dinamakan kardinalitas dari himpunan tersebut. Untuk menyatakan kardinalitas himpunan A ditulis dengan notasi:

$$n(A) \text{ atau } |A|$$

Diagram Venn (3)

Himpunan Kosong

Misalkan:

$B = \{x \mid x \text{ merupakan bilangan prima yang lebih kecil dari } 10\}$,
atau $B = \{2, 3, 5, 7\}$ maka $|B| = 4$

$A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}$, maka $|A| = 3$

Jika suatu himpunan tidak mempunyai anggota, dengan kata lain dengan kardinalitas himpunan tersebut sama dengan nol maka himpunan tersebut dinamakan himpunan kosong (null set). Notasi dari suatu himpunan kosong adalah :

\emptyset atau $\{\}$

Diagram Venn (4)

(i) $P = \{\text{Mahasiswa Teknik Informatika yang pernah ke Mars}\}$,
maka $n(P) = 0$ Jadi $P = \emptyset$

(ii) $A = \{x \mid \text{akar persamaan kuadrat } x^2 + 1 = 0 \text{ dan } x \in \mathbb{R}\}$, maka $n(A) = 0$
Jadi $A = \{\}$

(iii) $B = \{\{\}\}$ dapat juga ditulis sebagai $B = \{\emptyset\}$.

Jadi B bukan himpunan kosong karena ia memuat satu unsur yaitu himpunan kosong. Himpunan A dikatakan himpunan bagian (subset) dari himpunan B jika dan hanya jika setiap unsur A merupakan unsur dari B . Dalam hal ini, B dikatakan superset dari A .

Notasi himpunan bagian : $A \subseteq B$ atau $A \subset B$. Diagram Venn himpunan bagian menjadi :

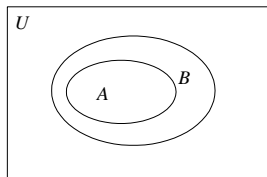


Diagram Venn (5)

Contoh:

- (i) $N \supset Z \supset R \supset C$
- (ii) $\{2, 3, 5\} \subseteq \{2, 3, 5\}$

Untuk setiap himpunan A berlaku hal-hal sebagai berikut:

- (a) A adalah himpunan bagian dari A itu sendiri (yaitu, $A \subseteq A$).
- (b) Himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari A ($\emptyset \subseteq A$).
- (c) Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$

A dan $A \subseteq A$, maka A disebut himpunan bagian tak sebenarnya (improper subset) dari himpunan A . Pernyataan $A \subseteq B$ berbeda dengan $A \subset B$:

$A \subset B$: A adalah himpunan bagian dari B tetapi $A \neq B$.

Yang demikian, A merupakan himpunan bagian sebenarnya (proper subset) dari B .

Diagram Venn (6)

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$.

$\{1\}$ dan $\{2, 3\}$ merupakan proper subset dari A .

Himpunan kuasa (power set) dari himpunan A merupakan suatu himpunan yang unsur-unsurnya merupakan semua himpunan bagian dari A , termasuk himpunan kosong dan himpunan A sendiri. Himpunan kuasa dinotasikan oleh $P(A)$. Jumlah anggota (kardinal) dari suatu himpunan kuasa bergantung pada kardinal himpunan asal. Misalkan, kardinalitas himpunan A adalah m , maka $|P(A)| = 2^m$.

Jika $A = \{x, y\}$, maka $P(A) = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}\}$

Diagram Venn (7)

Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$, sementara itu himpunan kuasa dari himpunan $\{\emptyset\}$ adalah $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

Pernyataan $A \subseteq B$ digunakan untuk menyatakan bahwa A adalah himpunan bagian (subset) dari B yang memungkinkan $A = B$.

Dua buah himpunan dikatakan sama jika memenuhi kondisi berikut :

- $A = B$ jika dan hanya jika setiap unsur A merupakan unsur B dan sebaliknya setiap unsur B merupakan unsur A.
- Untuk menyatakan $A = B$, yang perlu dibuktikan adalah A adalah himpunan bagian dari B dan B merupakan himpunan bagian dari A. Jika tidak demikian, maka $A \neq B$.

atau

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ dan } B \subseteq A$$

Diagram Venn (8)

- Jika $A = \{0, 1\}$ dan $B = \{x \mid x(x-1) = 0\}$,
maka $A = B$
- Jika $A = \{3, 5, 8, 5\}$ dan $B = \{5, 3, 8\}$,
maka $A = B$
- Jika $A = \{3, 5, 8, 5\}$ dan $B = \{3, 8\}$,
maka $A \neq B$

Untuk tiga buah himpunan, A, B, dan C berlaku aksioma berikut:

- $A = A, B = B, \text{ dan } C = C$
- Jika $A = B$, maka $B = A$
- Jika $A = B$ dan $B = C$, maka $A = C$

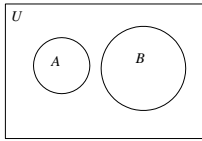
Dua buah himpunan dikatakan **ekivalen** jika masing-masing mempunyai kardinalitas yang sama. Misalkan, himpunan A adalah ekivalen dengan himpunan B berarti kardinal dari himpunan A dan himpunan B adalah sama, notasi yang digunakan adalah : $A \sim B$

Diagram Venn (9)

Misalkan $A = \{ 2, 3, 5, 7 \}$ dan $B = \{ a, b, c, d \}$,

maka $A \sim B$ sebab $|A| = |B| = 4$

Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika keduanya tidak memiliki unsur yang sama. Notasi yang digunakan adalah $A // B$. Jika dinyatakan dalam bentuk diagram Venn adalah sebagai berikut :



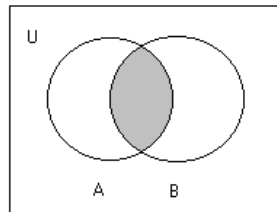
Jika $A = \{ x \mid x \in \mathbb{N}, x < 10 \}$ dan $B = \{ 11, 12, 13, 14, 15 \}$, maka $A // B$.

Operasi Himpunan

- Irisan (*intersection*)
- Gabungan (*uni3n*)
- Komplemen (*complement*)
- Selisih (*difference*)
- Beda Setangkup (*Symmentric Difference*)
- Perkalian Kartesian (*cartesian product*)

Irisan (*intersection*)

Irisan antara 2 buah himpunan dinotasikan oleh tanda ' \cap '.
Misalkan A dan B adalah himpunan yang tidak saling lepas,
maka $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$.
Jika dinyatakan dalam bentuk diagram Venn adalah



Irisan cont...

Misalkan $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ dan $B = \{3, 6, 9, 12\}$,
maka $A \cap B = \{3\}$

- Misalkan A adalah himpunan mahasiswa TI STT Telkom dan B merupakan himpunan wanita lanjut usia (50 tahun ke atas)
maka $A \cap B = \emptyset$.

Hal ini berarti A dan B adalah saling lepas atau $A \cap B = \emptyset$.

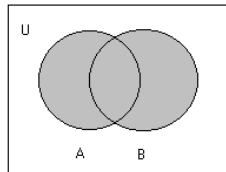
Gabungan (*Union*)

Gabungan antara dua buah himpunan dinotasikan oleh tanda ' \cup '.

Misalkan A dan B adalah himpunan, maka

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$$

Jika dinyatakan dalam bentuk diagram Venn adalah



Contoh:

(i) Jika $A = \{ 2, 3, 5, 7 \}$ dan $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$, maka $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 7 \}$

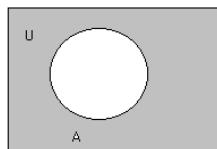
(ii) $A \cup A = A$

Komplemen (*Complement*)

Komplemen dari suatu himpunan merupakan unsur-unsur yang ada pada himpunan universal (semesta pembicaraan) kecuali anggota himpunan tersebut. Misalkan A merupakan himpunan yang berada pada semesta pembicaraan U, maka komplemen dari himpunan A dinotasikan oleh:

$$\bar{A} = A^c = \{ x \mid x \in U \text{ dan } x \notin A \}$$

Jika dinyatakan dalam bentuk diagram Venn adalah :



Komplemen cont...

Contoh:

A = himpunan mahasiswa Universitas Telkom

B = himpunan mahasiswa yang tinggal di Asrama

C = himpunan mahasiswa Teknik Informatika

D = himpunan mahasiswa yang mengambil matematika diskrit

E = himpunan mahasiswa yang membawa motor untuk pergi ke kampus

a. Pernyataan

“Semua mahasiswa Universitas Telkom Jurusan Sistem Informasi yang membawa motor untuk pergi ke kampus”

dapat dinyatakan dalam notasi operasi himpunan sebagai berikut:

$$(A \cap C) \cap E$$

Komplemen cont...

b. Pernyataan

“Semua mahasiswa Universitas Telkom yang tinggal di asrama dan tidak mengambil matematika diskrit”

dapat dinyatakan dalam notasi operasi himpunan sebagai berikut:

$$A \cap B \cap \bar{D}$$

c. Pernyataan

“Semua mahasiswa Teknik Informatika yang tidak tinggal di asrama atau tidak membawa motor untuk pergi ke kampus”

dapat dinyatakan dalam notasi operasi himpunan sebagai berikut:

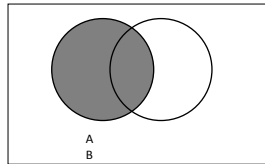
$$C \cap \bar{B} \cup \bar{E}$$

Selisih (*difference*)

Selisih antara dua buah himpunan dinotasikan oleh tanda '-'.

Misalkan A dan B adalah himpunan, maka selisih A dan B dinotasikan oleh

$$A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \} = A \cap \overline{B}$$



Contoh 21 :

Jika $A = \{ 1, 2, 3, \dots, 10 \}$ dan $B = \{ 2, 3, 5, 7 \}$, maka $A - B = \{ 1, 4, 6, 8, 9 \}$ dan $B - A = \emptyset$

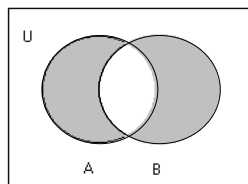
Beda Setangkep (*symmetric difference*)

Beda setangkep antara dua buah himpunan dinotasikan oleh tanda ' \oplus '.

Misalkan A dan B adalah himpunan, maka beda setangkep antara A dan B dinotasikan oleh :

$$\begin{aligned} A \oplus B &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= (A - B) \cup (B - A) \end{aligned}$$

Jika dinyatakan dalam bentuk diagram Venn adalah :



Beda Setangkup cont...

Contoh :

Jika $A = \{ 2, 3, 5, 7 \}$ dan $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$,

maka

$$A \oplus B = \{ 1, 4, 7 \}$$

Beda setangkup memenuhi sifat-sifat berikut:

(a) $A \oplus B = B \oplus A$ (hukum komutatif)

(b) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ (hukum asosiatif)

Perkalian Kartesian (*Cartesian Product*)

Perkalian kartesian antara dua buah himpunan dinotasikan oleh tanda '×'.

Misalkan A dan B adalah himpunan, maka perkalian kartesian antara A dan B

dinotasikan oleh :

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B \}$$

Contoh 23 :

(i) Misalkan $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$, maka
 $C \times D = \{ (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \}$

(ii) Misalkan $A = B =$ himpunan semua bilangan riil, maka
 $A \times B =$ himpunan semua titik di bidang datar

Perkalian Kartesian (*Cartesian Product*)

Misalkan ada dua himpunan dengan kardinalitas berhingga, maka kardinalitas himpunan hasil dari suatu perkalian kartesian antara dua himpunan tersebut adalah perkalian antara kardinalitas masing-masing himpunan. Dengan demikian, jika A dan B merupakan himpunan berhingga, maka:

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|.$$

Pasangan terurut (a, b) berbeda dengan (b, a) , dengan kata lain $(a, b) \neq (b, a)$. Dengan argumen ini berarti perkalian kartesian tidak komutatif, yaitu

$$A \times B \neq B \times A$$

dimana A atau B bukan himpunan kosong.

Jika $A = \emptyset$ atau $B = \emptyset$, maka

$$A \times B = B \times A = \emptyset$$

Hukum-hukum Operasi Himpunan

1. Hukum identitas:
 $A \cup \emptyset = A$
 $A \cap U = A$
2. Hukum null/dominasi:
 $A \cap \emptyset = \emptyset$
 $A \cup U = U$
3. Hukum komplement:
 $A \cup \overline{A} = U$
 $A \cap \overline{A} = \emptyset$
4. Hukum idempoten:
 $A \cup A = A$
 $A \cap A = A$
5. Hukum involusi:
 $\overline{(\overline{A})} = A$

Hukum-hukum Operasi Himpunan (2)

6. Hukum Penyerapan (absorpsi):

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

7. Hukum komutatif:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

8. Hukum asosiatif:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

9. Hukum distributif:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

10. Hukum De Morgan:

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

11. Hukum Komplemen:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$\overline{\emptyset} = U$$

$$\overline{U} = \emptyset$$

Hukum-hukum Operasi Himpunan (3)

Misalkan A dan B adalah himpunan berhingga, maka

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Ini merupakan **prinsip inklusi-eksklusi** yang berguna dalam penyelesaian himpunan maupun kombinatorial.

Ini berlaku juga untuk tiga himpunan berhingga dan seterusnya. Misalkan A, B, dan C merupakan himpunan berhingga maka berdasarkan prinsip inklusi-eksklusi, hubungan antar kardinalitas dari partisi himpunan tersebut dapat ditulis dalam bentuk :

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Prinsip inklusi-eksklusi akan dibahas lagi pada bab kombinatorik.

Prinsip Dualitas

Prinsip dualitas mengemukakan bahwa dua konsep yang berbeda dapat dipertukarkan namun tetap memberikan jawaban yang benar.

Contoh :

AS → kemudi mobil di kiri depan

Indonesia → kemudi mobil di kanan depan

Peraturan:

(a) di Amerika Serikat,

- mobil harus berjalan di bagian kanan jalan,
- pada jalan yang berlajur banyak, lajur kiri untuk mendahului,
- bila lampu merah menyala, mobil belok kanan boleh langsung

(b) di Indonesia,

- mobil harus berjalan di bagian kiri jalan,
- pada jalur yang berlajur banyak, lajur kanan untuk mendahului,
- bila lampu merah menyala, mobil belok kiri boleh langsung

Prinsip Dualitas (2)

Prinsip dualitas pada kasus diatas adalah:

Konsep kiri dan kanan dapat dipertukarkan pada kedua negara tersebut sehingga peraturan yang berlaku di Amerika Serikat menjadi berlaku pula di Indonesia.

(Prinsip Dualitas pada Himpunan). Misalkan S adalah suatu kesamaan (identity) yang melibatkan himpunan dan operasi-operasi seperti \cup , \cap , dan komplemen. Jika S^* merupakan kesamaan yang berupa dual dari S maka dengan mengganti $\cup \rightarrow \cap$, $\cap \rightarrow \cup$, $\emptyset \rightarrow U$, $U \rightarrow \emptyset$, sedangkan komplemen dibiarkan seperti semula, maka operasi-operasi tersebut pada kesamaan S^* juga benar

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Tabel Dualitas Aljabar Himpunan

1. Hukum identitas: $A \cup \emptyset = A$	Dualnya: $A \cap U = A$
2. Hukum null/dominasi: $A \cap \emptyset = \emptyset$	Dualnya: $A \cup U = U$
3. Hukum komplement: $A \cup \overline{A} = U$	Dualnya: $A \cap \overline{A} = \emptyset$
4. Hukum idempoten: $A \cup A = A$	Dualnya: $A \cap A = A$
5. Hukum penyerapan: $A \cup (A \cap B) = A$	Dualnya: $A \cap (A \cup B) = A$
6. Hukum komutatif: $A \cup B = B \cup A$	Dualnya: $A \cap B = B \cap A$
7. Hukum asosiatif: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	Dualnya: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
8. Hukum distributif: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Dualnya: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
9. Hukum De Morgan: $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$	Dualnya: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
10. Hukum 0/1 $\emptyset \cup U = U$	Dualnya: $U \cap \emptyset = \emptyset$

35 8/29/2014

Prinsip Dualitas (3)

Contoh :

Misalkan $A \in U$ dimana $A = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$

maka pada dualnya, misalkan U^* , berlaku :

$$A = (A \cup B) \cap (A \cup \overline{B})$$

Dalam membuktikan kebenaran suatu pernyataan atau merepresentasikan suatu pernyataan dengan cara lain dengan menggunakan bantuan himpunan ada beberapa cara, antara lain :

a. Pembuktian dengan menggunakan diagram Venn

Contoh :

Misalkan A, B, dan C adalah himpunan.

Tunjukkan bahwa $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

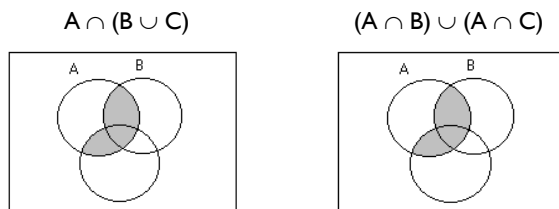
dengan diagram Venn.

36 8/29/2014

Prinsip Dualitas (4)

Jawab:

Cara ini dilakukan bukan dalam pembuktian formal, dengan menggambarkan sejumlah himpunan yang diketahui dan mengarsir setiap operasi yang diinginkan secara bertahap, sehingga diperoleh himpunan hasil operasi secara keseluruhan.



Kedua digaram Venn memberikan area arsiran yang sama.

Terbukti bahwa $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Prinsip Dualitas (5)

b. Beberapa contoh dalam membuktikan pernyataan dengan menggunakan aljabar himpunan.

Contoh 1 :

Misalkan A dan B himpunan.

Tunjukkan bahwa :

$$A \cup (B - A) = A \cup B$$

Jawab :

$$\begin{aligned}
 A \cup (B - A) &= A \cup (B \cap \bar{A}) && \text{(Definisi operasi selisih)} \\
 &= (A \cup B) \cap (A \cup \bar{A}) && \text{(Hukum distributif)} \\
 &= (A \cup B) \cap U && \text{(Hukum komplemen)} \\
 &= A \cup B && \text{(Hukum identitas)}
 \end{aligned}$$

Prinsip Dualitas (6)

Contoh 2 :

Tunjukkan bahwa untuk sembarang himpunan A dan B, berlaku

$$(i) A \cup (\overline{A \cap B}) = A \cup B \quad \text{dan}$$

$$(ii) A \cap (\overline{A \cup B}) = A \cap B$$

Jawab :

$$(i) \begin{aligned} A \cup (\overline{A \cap B}) &= (A \cup \overline{A}) \cap (A \cup B) && \text{(H. Distributif)} \\ &= U \cap (A \cup B) && \text{(H. Komplemen)} \\ &= A \cup B && \text{(H. Identitas)} \end{aligned}$$

$$(ii) \begin{aligned} A \cap (\overline{A \cup B}) &= (A \cap \overline{A}) \cup (A \cap B) && \text{(H. Distributif)} \\ &= \emptyset \cup (A \cap B) && \text{(H. Komplemen)} \\ &= A \cap B && \text{(H. Identitas)} \end{aligned}$$

Multi Set

Himpunan yang unsurnya boleh berulang (tidak harus berbeda) disebut multi set (himpunan ganda).

Contoh :

$$A = \{1, 1, 1, 2, 2, 3\},$$

$$B = \{2, 2, 2\},$$

$$C = \{2, 3, 4\},$$

$$D = \{ \}.$$

Multiplisitas suatu unsur pada multi set adalah jumlah kemunculan unsur tersebut pada multi set.

Contoh :

$$M = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 1\},$$

multiplisitas 1 adalah 4 dan multiplisitas 2 adalah 3, sementara itu multiplisitas 3 adalah 2.

Multi Set cont..

Himpunan (set) merupakan contoh khusus dari suatu multiset, yang dalam hal ini multiplisitas dari setiap unsurnya adalah 0 atau 1. Himpunan yang multiplisitas dari unsurnya 0 adalah himpunan kosong.

Misalkan P dan Q adalah multiset, operasi yang berlaku pada dua buah multi set tersebut adalah sebagai berikut :

- a. $P \cap Q$ merupakan suatu multiset yang multiplisitas unsurnya sama dengan multiplisitas maksimum unsur tersebut pada himpunan P dan Q.

Contoh :

$P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$, maka
 $P \cap Q = \{ a, a, a, b, c, c, d, d \}$

Multi Set cont..

- b. $P \cup Q$ adalah suatu multiset yang multiplisitas unsurnya sama dengan multiplisitas minimum unsur tersebut pada himpunan P dan Q.

Contoh :

$P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$ maka
 $P \cup Q = \{ a, a, c \}$

- c. $P - Q$ adalah suatu multiset yang multiplisitas unsurnya sama dengan multiplisitas unsur tersebut pada P dikurangi multiplisitasnya pada Q, ini berlaku jika selisih multiplisitas tersebut adalah positif. Jika selisihnya nol atau negatif maka multiplisitas unsur tersebut adalah nol.

Contoh :

$P = \{ a, a, a, b, b, c, d, d, e \}$ dan
 $Q = \{ a, a, b, b, b, c, c, d, d, f \}$ maka
 $P - Q = \{ a, e \}$

Multi Set cont..

- d. $P + Q$, yang didefinisikan sebagai jumlah (sum) dua buah himpunan ganda, adalah suatu multiset yang multiplisitas unturnya sama dengan penjumlahan dari multiplisitas unsur tersebut pada P dan Q .

Contoh 34 :

$P = \{ a, a, b, c, c \}$ dan $Q = \{ a, b, b, d \}$, maka

$P + Q = \{ a, a, a, b, b, b, c, c, d \}$



THANK YOU